

A-3 成層圏オゾン層の物理的・化学的変動機構の解明とオゾン層変動の予測に関する研究
(3) 成層圏オゾン層の物理的変動機構の解明とモデル予測の高度化に関する研究

研究代表者 国立環境研究所 林田佐智子

環境庁 国立環境研究所

地球環境研究グループオゾン層研究チーム	中根英昭・林田佐智子
地球環境研究グループ衛星観測研究チーム	笹野泰弘
大気圏環境部大気物理研究室	花崎秀史
大気圏環境部高層大気研究室	松井一郎
(客員研究員) 東北大学理学部	福西 浩・岡野章一
(客員研究員) 東北大学理学部	早坂忠裕

平成2-4年度合計予算額 16,247千円

[要旨] 観測データに現れるオゾン層変動の物理的機構を明らかにするために、気象データや衛星データを用いた解析を行った。また、一次元モデルの開発を行った。これを用いた上部成層圏オゾンの季節変動に関する計算結果は、オゾンレーザーレーダー観測に現れた季節変動と良く一致した。エアロゾル表面で起こる不均一反応をモデル化するにはエアロゾルの表面積が必要であるが、ピナツボ火山起源成層圏エアロゾルのケースについて、エアロゾルレーザーレーダー観測結果を用いてエアロゾル表面積を計算した。更に、極渦崩壊に関する数値モデルの開発と高度化を行った。

[キーワード] 一次元モデル、極渦、流跡線、ポテンシャル渦度、ピナツボ火山噴火

1. 序

オゾン層破壊の将来予測を行うためには、オゾン層に関わる光化学反応とともに、関連する大気物理学過程を理解することが重要である。そして、最新の光化学、大気物理学の知見を、オゾン層将来予測モデルに組み込むことが必要である。現在の理論モデルの限界として、極成層圏雲(PSC)や硫酸エアロゾルの粒子表面における化学反応(不均一反応)や、極域の気象場の変化がオゾン減少に与える影響を適切に考慮していないことが指摘されている。また、高度40km付近のオゾン濃度がモデル予測値と観測値で数十パーセント異なるという問題があるが、この原因も解明されておらず、我々のオゾン層に対する理解が未だに不十分であることを示している。本サブテーマでは、成層圏オゾン層に対する理解を深め、より高度なオゾン変動予測を可能とする

ために、まず様々な観測データを用いて、成層圏大気の物理的変動機構について研究を行った。すなわち、下部成層圏のオゾン濃度が低いケースについて、ポテンシャル渦度との比較、衛星センサーTOMSのデータとの比較を行い、力学的変動として説明が可能か否かを検討した。また、複雑な光化学過程を適切に表現することが出来る一次元光化学反応モデルを開発した。本研究課題の実施期間中である1991年6月に、フィリピンのピナツボ火山が今世紀最大級の噴火を起こし、成層圏に大量の火山性エアロゾルをもたらした。火山性のエアロゾルは硫酸を主成分としており、この表面で引き起こされる不均一反応は、活性な塩素を増加させ、オゾンを破壊すると考えられている。冒頭に述べたように、不均一反応のオゾン破壊への影響は重要であるにも関わらず、未解明な部分が多く、数値モデルで不均一反応の影響について詳しく研究された例は少ない。本サブテーマでは、ピナツボ火山噴火によって生じたエアロゾルについて、不均一反応の反応速度を決定する表面積の評価を行い、更に一次元モデルを用いて不均一反応がオゾン層に及ぼす影響について予備的な検討を行った。オゾン層の将来予測を高度化する際に、オゾンホールを形成する主たる気象要因である極渦の振る舞い、特にその崩壊のモデル化が重要である。本研究では、極渦崩壊に関する数値モデルシミュレーションを行い、その特徴を調べた。以下にそれらの成果の詳細を述べる。

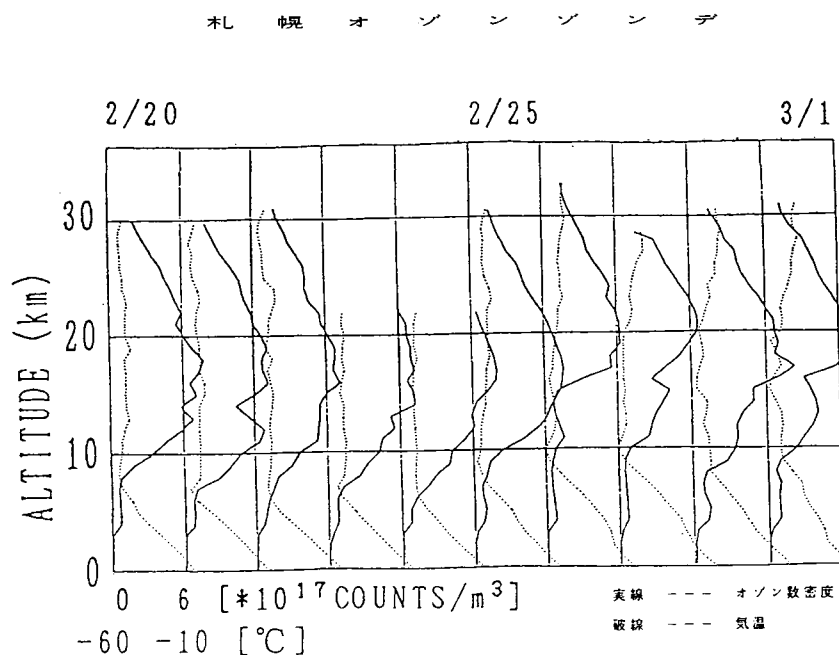


図1 札幌におけるオゾンゾンデ観測によって得られたオゾン数密度の鉛直分布の変化。

2. オゾン層の物理的変動機構

日本付近、特に北日本では下部成層圏オゾンの変動が大きい。下部成層圏から対流圏にオゾンが降りてくる現象は"Stratospheric folding"として有名であるが、逆に、オゾン高度分布の月平均値をはるかに下回るような例も観測される。このような個々の事例の積み重ねが「最近のオゾンの減少」という結果として現れるので、個々の変動の物理的な意味を検討すること、物理的な変動の内容毎に統計をとるような研究が重要である。ここでは、一つの事例に関して調べ、手法の有効性について検討する（小出ら、1991）。

使用したデータは、1991年2月20日から3月1日の間に国立環境研究所が札幌において実施したオゾンゾンデ観測データを中心に、仙台の赤外ヘテロダインデータ（東北大）、つくばのオゾンレーザーレーダー（国立環境研究所）、気象庁客観解析データ、TOMSデータである。図1に10日間のオゾン数密度の高度分布を示す。特徴的なことは、高度15km付近のオゾン数密度が2月25日から26日にかけて急減していることである。下部成層圏のオゾンが25日まで増大して26日に急減することはつくばのオゾンレーザーレーダーでもとらえている。しかし、午前中に測定を行った仙台の赤外ヘテロダイン分光計のデータには急減は現れていなかった。

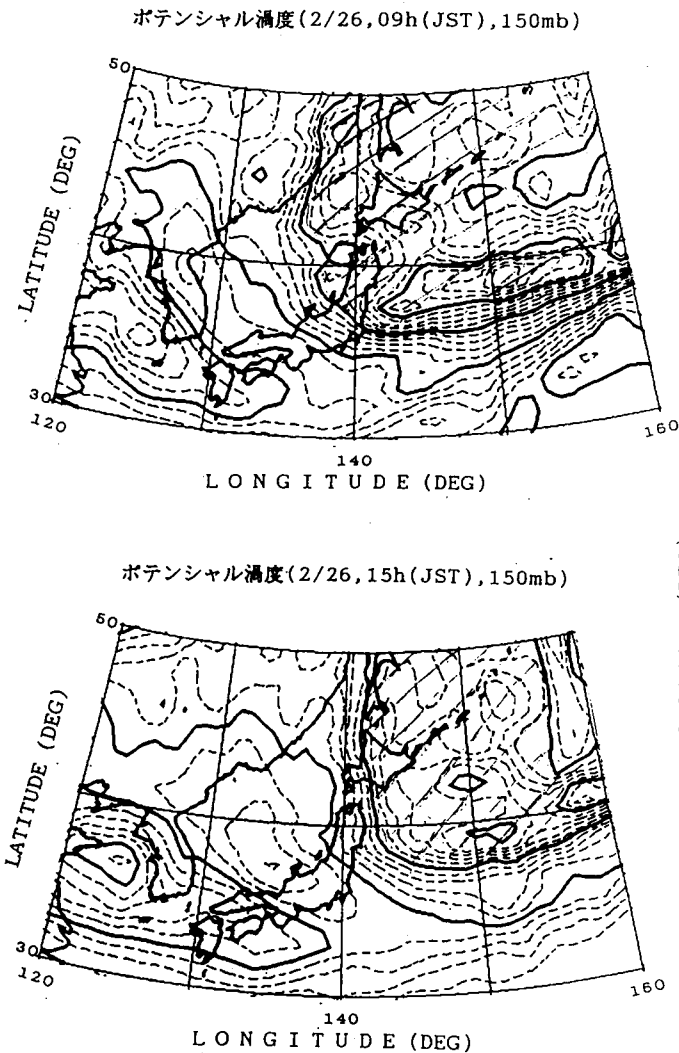


図2 2月25日-26日のポテンシャル渦度分布の変化

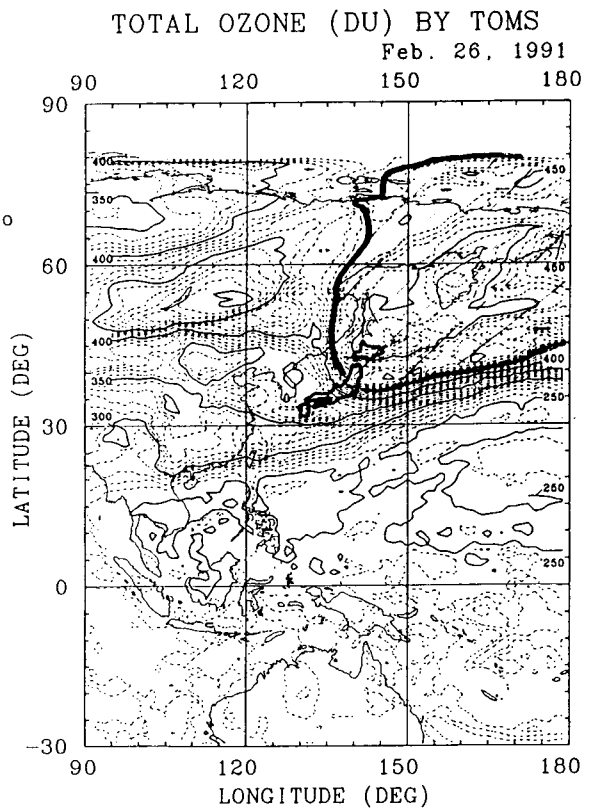


図3 2月26日のTOMSオゾン全量分布

下部成層圏及び上部対流圏ではオゾン濃度との相関が良いとされているポテンシャル渦度を、気象庁客観解析データから計算し、150mb面で日本付近の水平分布図を描いた(図2)。また、衛星センサーTOMSから得られた2月26日のオゾン全量分布を図3に示す。これらのデータより、

- 1) 2月25日から26日にかけてのオゾン全量の急激な変化は10km~20kmの下部成層圏オゾンの変化による、
- 2) オゾン全量の高い部分とポテンシャル渦度の高い部分(図2、3中斜線部)は非常によく一致しておりまた、西側に急激な勾配を持っている、
- 3) 2月26日の15時は、オゾン全量とポテンシャル渦度の高い部分が過ぎ去った直後であった可能性がある、

ことが明らかになり、更に、

- 4) 北半球のTOMSのオゾン全量分布の推移から、2月26日に札幌及びつくば上空に到来したオゾン全量及びポテンシャル渦度の小さい気塊は、極域起源のものではなく中低緯度に起源をもつものである、

ことが分かった。従って、図1に見られる2月26日の下部成層圏オゾンの急減は、オゾン層破壊が周囲より激しい気塊の到来によるものではなく、もともとオゾン濃度が高緯度地域より相対的に低い中低緯度の気塊が流れてきたものと推定できる。しかし、このことはピナツボ火山起源の成層圏エアロゾルによってグローバルにオゾン層破壊が加速されている可能性を否定するものではない。より定量的な解析、統計的な扱いができるように、多数の事例について解析することが今後の課題である。

2. 一次元光化学反応モデルの開発

2. 1 開発されたモデルの特長

最近ではオゾン層の将来予測に、二次元モデルが採用されることが多いが、一次元モデルを活用することの利点は依然として大きいものがある。二次元モデルにおいては、大気の運動に伴うオゾンの輸送効果を、ある程度現実的に再現できる。しかし、一方、輸送過程の計算が複雑である分、化学反応系の取り扱いが簡略化されていることが多く、また、光化学反応速度を決定する紫外線の放射伝達計算を厳密に取り扱うことも容易でない。これに対し、一次元モデルでは、化学反応の取り扱いが厳密であり、代替フロンなどの新しい化学反応を取り扱うことが容易である。また、レーリー多重散乱の光化学反応に及ぼす効果や、さらにはエアロゾルによるミー散乱の影響を吟味できる。将来、輸送過程の効果を厳密に取り扱うためには、完成した一次元モデルを三次元モデル(GCM)と組み合わせるなどの方向が考えられる。本研究課題で開発したモデルは、化学反応の部分にGearの方法による数値解法を取り入れ、それぞれの微量成分について連続方程式を連立して解いている。このため、いくつかの微量成分をファミリーとしてまとめることは行っていない。ただし、計算の効率化を計るため、一部、非常に高速の化学反応(ラジカル反応)については、擬定常を仮定することができる仕様とした。実際にはO(1D)の生成、消滅反応などが相当する。化学反応系を柔軟に構成するため、化学反応を化学式で入力することにより、自動的に各微量成分について、次のように連続方程式を作成するようにした。

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = P_i - Q_i + \frac{\partial}{\partial z} K_z \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial z} + \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{H} \right) N_i \right\} \quad (1)$$

ここに、 N_i は、成分*i*の濃度、 P_i はの生成項、 Q_i は消滅項、 K は渦拡散係数、 T は気温、 H はスケールハイトである。ただし、化学反応による生成、消滅と、拡散の項はそれぞれに求め、和をとる（フラクショナルステップ法）。また、本モデルではレイリー散乱をMiller et. al. (1979)の方法により組み込んでいる。レイリー散乱による太陽光の散乱は、光化学反応を支配する光解離定数に大きく影響する。

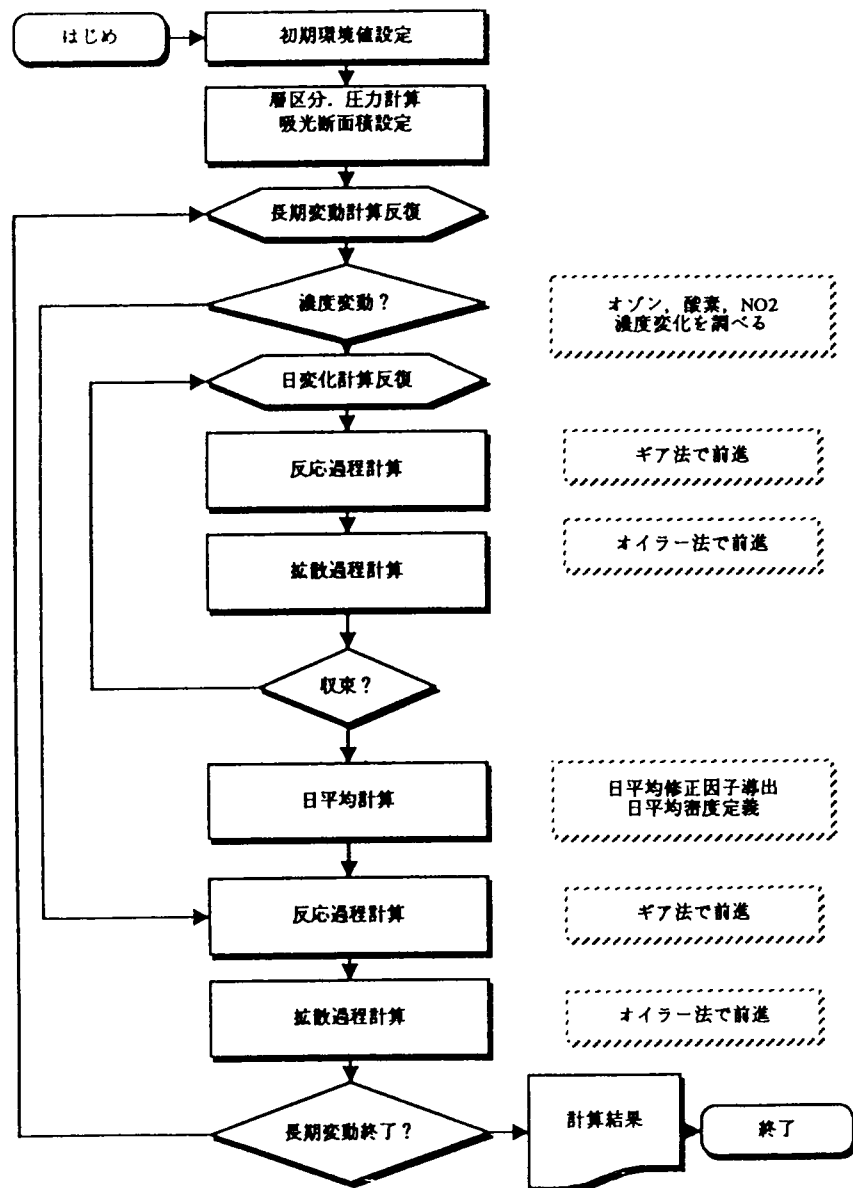


図4 国立環境研究所一次元モデルの構成

上部成層圏においては、光化学反応が活発であるため、太陽光のある昼と太陽光のない夜の微量成分濃度に大きな違いが生じる。例えば、オゾンの光分解によって生じるO(1D)は夜には、濃度が著しく減少する。このように光化学反応の活発な上部成層圏では、光環境を適切に評価することが重要である。しかしながら、数十年にわたる長期変動を計算するためには、厳密な日周変化をすべてのステップで計算することは、計算時間の制約上、不可能である。このため、Turco and Whitten (1978) の方法により、日平均修正因子を導入した。日平均修正因子は連続方程式中の生成、消滅の各項を、日平均濃度を用いて表すために用いる。

図4に全体の構成を示すフローを示した。まず、微量成分初期濃度、大気環境条件（気温プロファイルなど）、化学反応定数、吸光断面積などの基礎定数をデータファイルから読み込んで設定する。図4のフローで示すように、日平均修正因子は紫外線を吸収するオゾン、酸素、二酸化窒素（太陽紫外線の鉛直伝達に影響する）の濃度の変化に応じて計算し直す必要があるため、濃度変動がある程度大きくなった段階で再計算する構成になっている。

日平均修正因子を計算する過程では、太陽天頂角の変化に依存して厳密に一日の日周変化の計算を行なう。即ち、オゾン、酸素、二酸化窒素の収支を考慮した上で、レーリー散乱を含めて各天頂角について計算を行なっている。

2. 2 モデルによる上部成層圏オゾン季節変動のシミュレーション

以上の物理過程をモデルに組み込み、正常に動作することを確認した上で、環境条件、初期条件、境界条件の検討を行ない、観測値に近いオゾン濃度分布を再現させた。このモデルを用いて、上部成層圏における微量成分の日変化の振る舞いをFabian (1982)の結果と照合し、良好な一致をみた。上部成層圏のオゾン濃度は上に述べたように、観測値とモデルの計算値が一致しないので、日周変化、季節変化、あるいは太陽活動との関連を調べることで、未解明なプロセスを調べる努力が行われている。本モデルのように完全な日周変化が再現できるモデルは、このような研究に貢献することが期待できる。

また、課題A-1(6)「オゾン層観測データを用いたオゾン層変動の総合的解明に関する研究」において報告されたように、オゾンレーザーレーダーで観測されているオゾン濃度の高度別のふるまいを調べると、各高度ではっきりとした季節変動がみられる。高度30km付近では夏に極大になる季節変動が明瞭であるが、高度が上がるにつれ、振幅が小さくなり、季節変動は明らかでない。さらにこれより上の高度では季節変動の位相が逆転することが知られている。本研究課題で開発したモデルを用いて、簡単な化学反応モデルをたて、オゾンレーザーレーダーで観測されたオゾンの高度別の季節変動のメカニズムをシミュレーションした(図5)。オゾン濃度は $J(O_2)/J(O_3)$ の1/2乗に比例するため、高度35km付近では夏の極大が明瞭に見られる。また、高度40km付近ではわずかに季節変動の反転(冬に極大)が見られる。このような上部成層圏オゾンの季節変動は、本質的には太陽天頂角の変化に起因していることが明らかになった。A-1(6)で述べたオゾンレーザーレーダー観測データの季節変動と比較すると、30kmから35kmで季節変化が著しいこと、40kmでは季節変化の振幅が著しく小さくなることなど、定性的には良く一致している。レーザーレーダーデータやミリ波分光計によるデータの集積によって、より定量的な検討が可能になるであろう。

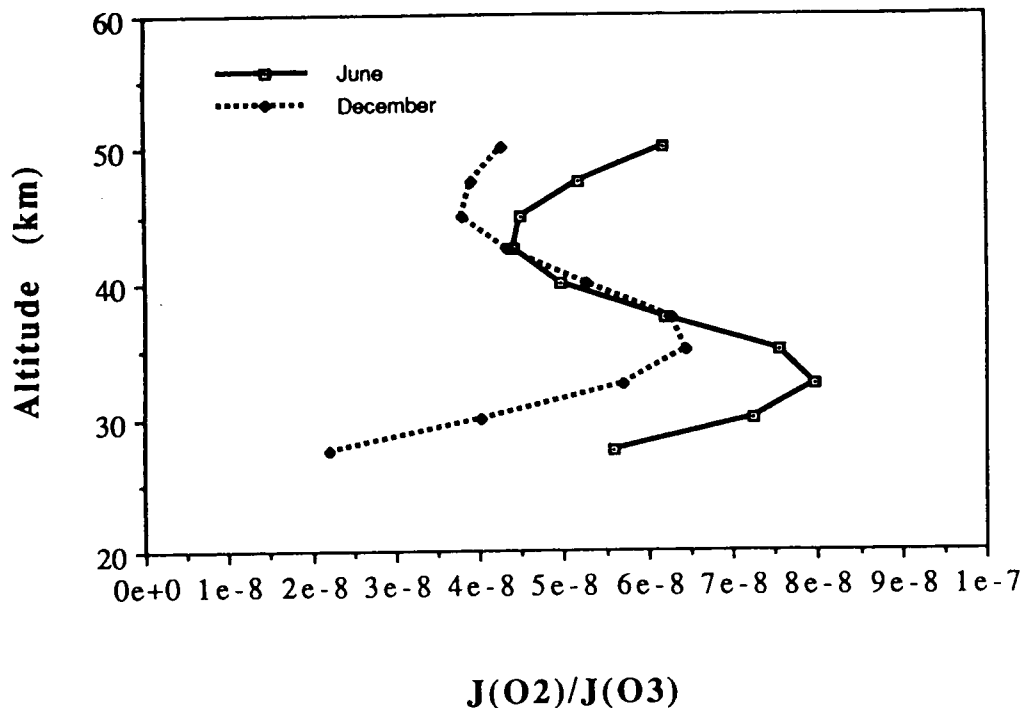


図5 オゾン及び酸素の光解離定数の比の高度分布。

3. エアロゾルライダーとオリオールメーターの比較による成層圏エアロゾル表面積の評価

最近、中低緯度でのオゾン減少が、従来の気相反応のみの理論では説明できない速度で進んでいることがデータ解析から示されている。一方、成層圏には硫酸を主成分とする成層圏エアロゾルが浮遊しているが、その表面で二酸化五窒素やクロリンナイトレイトなどの不均一反応が引き起こされ、その結果、オゾン破壊する塩素酸化物が増加して、オゾンが破壊されると考えられている。特に火山噴火直後は、成層圏エアロゾルの量が増加して、不均一反応の速度が大きくなる。1982年のエルチチョン火山噴火の後に、成層圏オゾンが約10%減少したと報告されている。成層圏エアロゾル表面での不均一反応は、中緯度でのオゾン破壊を促進するとして、近年にわかに注目を集めている。

1991年6月12日から15日に、フィリピンでピナツボ火山が大噴火を起こしたが、噴火の規模はエルチチョンを上回るものであったと考えられている。ピナツボの噴火後、さまざまな観測から、成層圏エアロゾルの増加が報告されており、今後の成層圏オゾンの減少が懸念されている。

不均一反応の速度は、表面積にほぼ比例すると考えられているので、粒子の表面積を評価することが重要である。しかし、表面積は粒子の粒径分布に大きく依存するため、粒径に関する情報が必要である。ここでは、オリオールメーターとレーザーレーダーの共同観測により表面積の高度分布を求めることを試みた。

3. 1 観測方法

レーザーレーダー観測は、環境研究所の大型レーザーレーダーを用いて、晴天日の夜間を中心に定期的に行った。レーザーレーダーの観測および解析手法の省略はHayashida et al. (1991)などを参照されたい。

1991年11月に、東北大学理学部気候変動観測研究センターの早坂助手らにより、オリオールメータがレーザーレーダーのある建物の屋上に設置された。以降、晴天日の昼間に観測を継続的に行ってきた。オリオールメータでは、332、368、500、675、777、862、937ナノメータの太陽周辺光を観測する。散乱光の理論計算から、フェイズファンクションを計算し、観測値との比較からエアロゾルの体積粒径分布が求められる (Nakajima et al., 1986)。太陽光の地上観測であるから、高度分布の情報は含まれない。求めた粒径分布は高度について平均的な粒径分布とみなすことができる。

3. 2 観測結果

レーザーレーダーとオリオールメータの観測を比較するにあたり、対流圏レーザーレーダー観測から、対流圏エアロゾルの少ない日を選択した。また、体積粒径分布をログノーマル分布とユンゲ分布の重ね合せと近似して、粒径分布のパラメータを決定した。即ち、

$$\frac{dV}{d\ln r} = C_0 + C_1 \exp[-1/2 ((\ln r - \ln r_0)/\ln \sigma)^2] \quad (2)$$

さらに、対流圏エアロゾルはユンゲ分布で代表されるものと仮定し、ログノーマル分布のモードを成層圏エアロゾルを代表しているとみなした。表1は式2中のパラメータを求めたものである。表2には、表1の粒径分布に基づいて計算した光学的あつさ、0.53ミクロンでの積分後方散乱係数、および、消散係数と後方散乱係数との比S1、表面積と後方散乱係数の比zを示した。

これらのパラメータを、最も観測時間の近いレーザーレーダー観測の結果と比較し、後方散乱係数を表面積に換算したものが図6である。レーザーレーダーの後方散乱係数を求めるに当たっては減衰補正に表2のS1を用いた。

表1 オリオールメータ観測によって得られたエアロゾル粒径分布パラメータ

Date	$C_0(\text{cm}^3/\text{cm}^2)$ ($\times 10^{-6}$)	$C_1(\text{cm}^3/\text{cm}^2)$ ($\times 10^{-6}$)	$r_0(\mu\text{m})$	σ
Nov. 25	0.84	1.2	0.47	1.56
Nov. 29	0.48	2.2	0.58	1.67
Dec. 13	0.34	2.7	0.51	1.62

表2 オリオールメータ観測結果から計算したエアロゾルの光学的パラメータ

Date	Optical thickness**	IBC**	S1**	ζ ***
Nov. 25	0.073	0.0017	43.9	56.2
Nov. 29	0.13	0.0034	36.5	48.6
Dec.13	0.16	0.0040	40.9	53.7

* refractive index was assumed for 1.44 - 0.00i

** calculated for 532 nm on the basis of log-normal mode shown in Table 1.

*** the ratio of surface area to backscattering coefficient (sr^{-1})

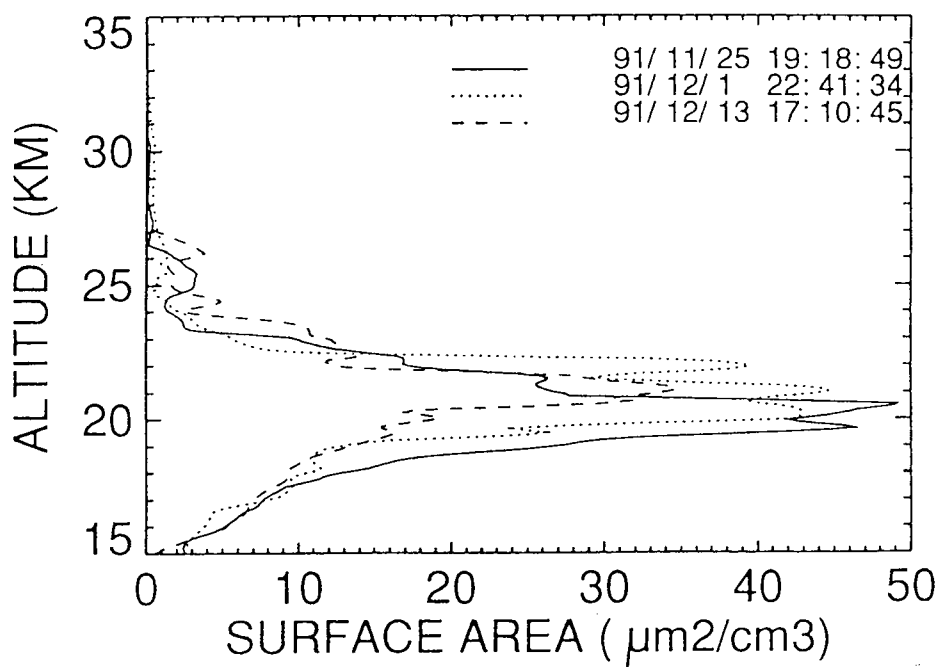


図6 1991年11月25日、12月1日、12月13日のレーザーレーダー観測から推定した成層圏エアロゾルの表面積高度分布。表2に示したオリオールメータの観測から得たパラメータを用いて計算した。

図6からわかるように、表面積は高度20km付近で最大で約40-50平方マイクロン/立法センチメートルである。イタリアでの観測結果では同じ時期に同程度の表面積が観測されている。このデータは、エアロゾルの表面上で引き起こされる不均一反応がオゾン層破壊に及ぼす影響を評価する根拠として、貴重な情報である。

4. 極渦崩壊シミュレーションモデルに関する研究

4. 1 研究目的

オゾンホールのは発生は、極渦の存在と密接に関係しており、極渦の崩壊はオゾンホールの解消と同時に、オゾン濃度が低くなった大気の中緯度への輸送（希釈効果）をもたらす。従って、極渦の安定性に関する理論的研究は、オゾンホール現象の解明にとって重要であると同時に、地球規模でのオゾン減少の予測にとっても重要である。近年、Jukes & McIntyre (1987)は、高分解能水平2次元モデルを用いて、極を中心とする軸対称渦が、経度方向の波数1の外力により変形されていく様子をシミュレーションし、観測によって得られた渦位の分布と定性的に一致する結果が得られることを示した。本研究では、こうした数値モデルの発展と同時に、極渦の安定性の理論的解析を行い、極渦崩壊現象の本質を解明し、将来の予測に役立てることを目標とする。

3. 2 研究成果

平成2年度は、回転球面上の水平2次元非圧縮性バロトロピック流体に対する渦度方程式をスペクトル法により解くモデルにより、Jukes & McIntyre (1987)の発展の一つとして、初期に軸対称ではない極渦が存在した場合のその後の時間発展の計算を行った。初期値として、経度方向に波数1、2あるいは3の変形がある場合の計算の結果、フィラメンテーション（極渦の外縁がはがれ落ちる現象）が継続的に起こることにより、極渦の本体が時間と共に軸対称化していく過程が明かとなった（図7）。これは、地上の地形などの効果を表す外力を途中まで与え、その後、自由発展させた場合と基本的には同じ結果であり、こうした現象が非常に普遍的な現象であることを明らかにした。

平成3年度は、初期に存在する極渦の大きさ、渦度強度、及び、渦分布の外縁の形状をいろいろに変化させた場合について、その後の時間発展の違いを調べた。同時に、経度方向の各波数成分の持つエネルギーの変化から、各波数成分の成長率の違いを調べた。特に、初期に波数2の変形を与えた場合、最近の回転水槽実験（f-平面）で報告されている安定な3つ子の渦が、より現実的な球面上でも現れる場合のあることを示した。これは、オゾン濃度の高い領域と低い領域のどちらかが他方に取り込まれる形で長時間安定に存在し得ることを示すものである。この3つ子の渦が形成される時、波数2のエネルギー成分は、他の初期条件の場合（初期に与えた波数2の成分は必ず減衰する）と異なり、途中で増加傾向さえ見せる。数値シミュレーションでは、ある特定の条件しか設定出来ないため、こうした特徴的な結果がどういう条件のもとで現れるかを知るには、極渦の安定性の理論的解析も必要となった。

そこで、平成4年度は、こうした極渦の安定性解析の第一歩として、また、将来3次元数値シミュレーションを行うための指針として、鉛直方向の大気密度（温度）分布が一様でない場合の、極渦（一般には楕円形）の傾圧不安定性を理論的に調べた。基礎方程式としては、f平面準地衡風近似での渦位保存則を用いた。f平面準地衡風近似、鉛直密度一定（順圧）の条件のもとでは、

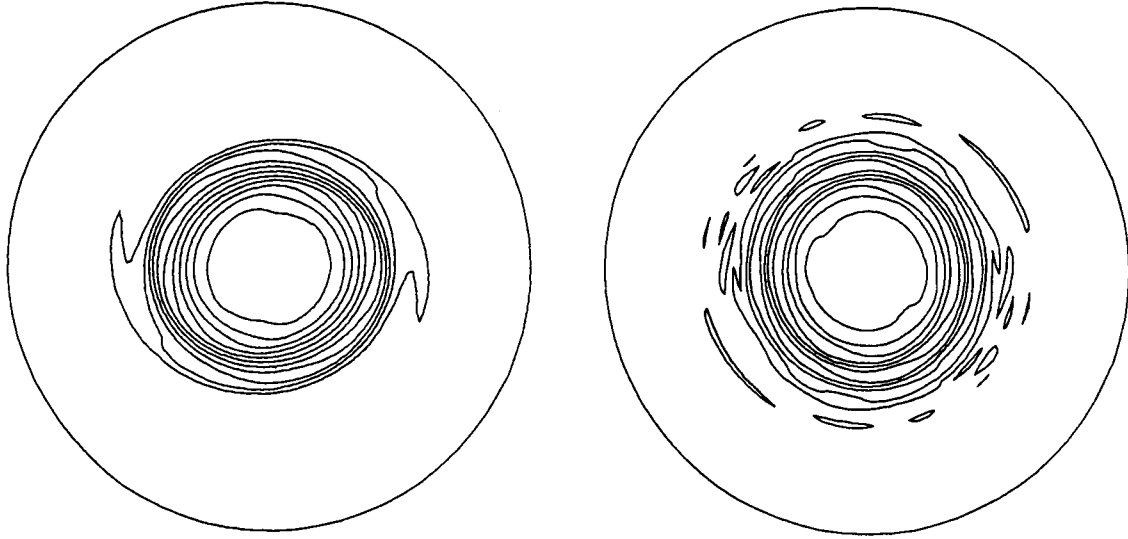


図7 初期の極渦に波数2の変形を与えた場合の時間発展の様子。右図は左図から2倍だけ時間が経った状態。

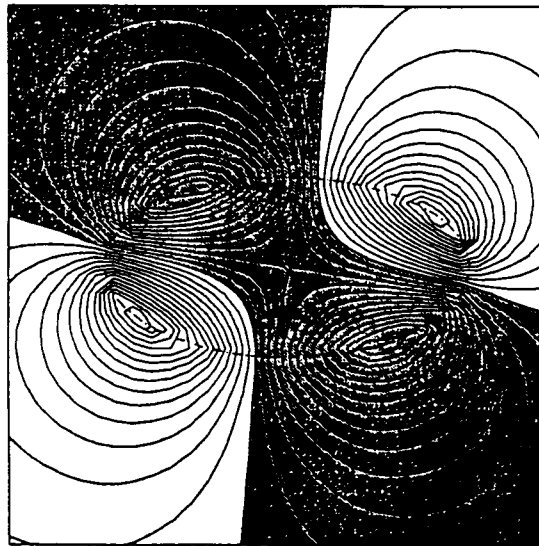


図8 長軸と短軸の比が2の楕円形（波数2）の渦の、波数1の傾圧モードによる不安定化の様子。実線が不安定化による流線の変化を表す。

長軸と短軸の長さの比が3 : 1を越える楕円渦は波数3の順圧モードに関して不安定となることが知られていたが、本研究では、鉛直密度分布を考慮した（傾圧）場合にその不安定化の条件がどのように変化するかを調べた。その結果、順圧の条件のもとでは安定であった渦も、傾圧不安定となる場合があることがわかった。例えば、長軸と短軸の長さの比が2 : 1の場合（3 : 1よりも円形に近い場合）でも、波数1の傾圧モードが不安定化することがわかった。（図8に、その場合の渦の変形に対応する流線を描いた。）これは、極渦の変形が小さい時でも、波数1の傾圧モードの不安定性によって、その後、大変形を遂げる可能性を示すものである。

これまで、孤立した楕円渦の安定性を調べてきたが、今後、設定を現実の状況に近づける意味で、渦の周りに流速のシアが存在する場合などへの理論の一般化をはかる必要がある。また、地球上の大規模地形によるロスビー波（渦の変形＝ロスビー波）の励起と伝播の問題の理論的検討を開始し、特に、高緯度に特有の波の伝播特性を調べる。一方、数値シミュレーションとしては、これまで得られた鉛直成層の極渦の安定性への影響（傾圧不安定性）に関する理論的結果を具体的に実証するため、また、より現実に近い設定での計算を行う意味からも、3次元モデルの開発を行う必要がある。

参考文献

- Fabian, P., J. A. Pyle and R. J. Wells, Diurnal variations of minor constituents in the stratosphere modeled as a function of latitude and season. *J. Geophys. Res.* 87, 4, 981-5,000, 1982.
- Hayashida-Amano, S., Y. Sasano, and Y. Iikura, Volcanic disturbances in the stratospheric aerosol layer over Tsukuba, Japan, observed by the National Institute for Environmental Studies lidar from 1982 through 1986, *J. Geophys. Res.*, 96, 15469-15478, 1991.
- Juckes, M.N., & M.E. McIntyre, A high resolution, one-layer model of breaking planetary waves in the stratosphere. *Nature*, 328, 590-596, 1987.
- Miller, The fluorocarbon ozone theory V. One dimensional modeling of the atmosphere : the base case, *Atmospheric Environment*, 12, 2481-2500, 1979.
- Nakajima, T., M. Tanaka, T. Hayasaka, Y. Miyake, Y. Nakanishi and K. Sasamoto, Airborne measurements of the optical stratification of aerosols in turbid atmospheres, *Appl. Opt.*, 25, 4374-4381, 1986.
- Turco, R.P. and R. C. Whitten, A note on the diurnal averaging of aeronomical models, *J. Atmospheric Terrestrial Physics*, 40, 13-20, 1978.

研究発表

- Hayashida, S., Y. Sasano, H. Nakane, I. Matsui, and T. Hayasaka, Stratospheric aerosol increase after eruption of Pinatubo observed with lidar and aureolemeter, *Proceedings of Quadrennial Ozone Symposium, 1992* (in press).

- 小出理史、岡野章一、田口真、福西浩、中根英昭（1991年10月）：オゾンキャンペーン期間に観測された札幌上空でのオゾン変動、第90回地球環境研究グループ電磁気・地球惑星圏学会、那覇。
- 宮崎、花崎（1991年6月）極渦のフィラメンテーション、京都大学数理解析研究所研究集会「流体力学におけるトポロジーの問題」。
- 宮崎、花崎（1992年10月）Kirchhoff の楕円渦の Baroclinic 不安定性、日本気象学会1992年秋季大会。
- 宮崎、花崎（1991）極渦のフィラメンテーションと軸対称化、地球環境問題へのスーパーコンピュータ応用（スーパーコンピュータと社会、研究委員会報告書）。
- T. Miyazaki & H. Hanazaki, 1993: Baroclinic instability of Kirchhoff's elliptic vortex. *J. Fluid Mech.* (in press).
- T. Miyazaki & Y. Fukumoto, 1991 Axisymmetric waves on a vertical vortex in a stratified fluid. *Phys. Fluids A3*, 606-616.
- T. Miyazaki & Y. Fukumoto, 1992 Three-dimensional instability of strained vortices in a stably stratified fluid. *Phys. Fluids A4*, 2515-2522.