

10.2 大気拡散予測モデルの概要

大気拡散の取り扱いには、現在までのところ、プルームモデルおよびパフモデルと呼ばれる解析解による方法、微分方程式を解く数値的な方法、さらに、計算機の中でたくさんの粒子を流しその個数を計算する粒子法と呼ばれる方法がある。

10.2.1 プルーム・パフモデル

プルームモデルは風が吹いている状態（有風時）の煙拡散を濃度が正規分布になるものとし、さらに、拡散幅を与えることにより求めるものである。大気中での煙は風に流されつつ、上下左右に拡散する。鉛直方向、水平方向の濃度の分布を正規分布とすると、拡散による濃度の変化は（4）式のように示せる。

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_zU} \exp\left\{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right\} \left[\exp\left\{-\frac{(z+He)^2}{2\sigma_z^2}\right\} + \exp\left\{-\frac{(z-He)^2}{2\sigma_z^2}\right\} \right] \quad \dots\dots (4)$$

ここで記号は、

- $C(x, y, z)$: 煙源の風下 x, y, z 地点での濃度
- σ_y, σ_z : 煙の y 方向、および、 z 方向の拡散幅
- Q : 単位時間当たりの煙の排出量 (m^3/s)
- U : 風速 (m/s)
- He : 煙の中心軸の地上からの高さで、有効煙突高と呼ばれる (m)

地表面での濃度を考えると、 z は 0 であるから、プルーム式は（5）式のように簡単になる。

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{\pi\sigma_y\sigma_zU} \exp\left\{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right\} \exp\left\{-\frac{He^2}{2\sigma_z^2}\right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

パフモデルは風のない無風条件での拡散を時間的に不連続なパフで表し、正規型の濃度分布式により記述する式であり、地上濃度は（6）式で与えられる。

$$C(x, y, z) = \frac{q}{\pi^{\frac{3}{2}}\sigma_y\sigma_z} \exp\left\{-\frac{(x+y)^2}{2\sigma_y^2}\right\} \exp\left\{-\frac{He^2}{2\sigma_z^2}\right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

上で示したプルームモデルでは、拡散幅 σ_y, σ_z を与えることにより、水平方向の濃度分布をも計算することができる。しかしながら、多数の煙源が分散して存在する工業地域の汚染予測では、年平均などの長期平均的な濃度が予測対象であるため、より簡単な拡散モデルが用いられる。長期平均濃度の予測は、通常、16 方位の風向分割について行われるため、風に直角な方向の濃度は、その方位の

中で一様と仮定される。これは、 σ_y を $\frac{\pi x}{8}$ とし、横方向の濃度分布を積分したものに等しい。

これにより、拡散式は (7) 式のように書ける。

$$C(x, 0) = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{Q}{\frac{u\pi x\sigma_z}{8}} \exp\left(-\frac{He^2}{2\sigma_z^2}\right) \dots\dots\dots (7)$$

また、パフ式は 1 個のパフによる濃度であるため、連続源については、ある時間に空間に浮遊している全てのパフの濃度を積算する必要がある。拡散幅 σ_y 、 σ_z を浮遊時間 t の関数として、

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \alpha t \\ \sigma_z &= \beta t \end{aligned} \dots\dots\dots (8)$$

(8) 式で表し、その時間までに放出された全てのパフについて積分する、つまり、時間について積分すると、地上濃度を与えるパフ式は、

$$C(R, 0) = \frac{2Qp}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \left\{ \frac{1}{R^2 + \alpha^2 He^2 / \gamma^2} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

(9) 式で与えられる。ここで、各記号は

- R : 点源から計算地点までの距離 $(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$
- Qp : 単位時間当たりのパフの排出量 (m^3/s)
- α : 水平方向拡散幅の時間増加率
- γ : 鉛直方向拡散幅の時間増加率

10.2.2 数値シミュレーションモデル

拡散の数値シミュレーションモデルは、複雑な地形上の拡散や時間的に変動する気流場での拡散などの計算に適している。地形の影響を受けた拡散や、非定常場での拡散には、通常の正規分布型のブルームモデルは使えない。

数値シミュレーションモデルではまず第一に、気流の計算を乱流場に対する Navier Stokes の方程式を解いて行う。次に、その流れの場において拡散を計算する。

Navier Stokes 方程式の基本形を (10) 式に示す。

$$\rho \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + u * \nabla u \right\} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 u \dots\dots\dots (10)$$

質量保存の式は (11) 式のとおりである。

$$\nabla u = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで各記号は以下の通りである。

$$\nabla : \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

u : 流れのベクトル

ρ : 流体の密度

g : 重力加速度

μ : 分子粘性係数

大気の流れは通常、乱流であり、流れの場は Navier Stokes 方程式を乱流場について書き直した式となる。さらに乱流場の数値シミュレーションモデルには、乱流を統計的に処理した方法があり、 $k - \epsilon$ モデル、さらに高次の乱流を考えたクロージャーモデル、乱流そのものを計算で再現する Large-eddy シミュレーションモデルなどがある。

これらのモデルは、複雑な地形上での気流の計算、海陸風循環のシミュレーションなどに用いられ、空間的な気流の分布を与える。

拡散の数値計算には、拡散の微分方程式を解く方法、流れの中に粒子を放出しその動きをラグランジュ的に追跡する粒子法などがある。

乱流境界層中での拡散の微分方程式（フィック型の方程式）は（12）式で与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = k_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} (k_z \frac{\partial C}{\partial z}) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、記号は以下のとおりである。

C : 濃度

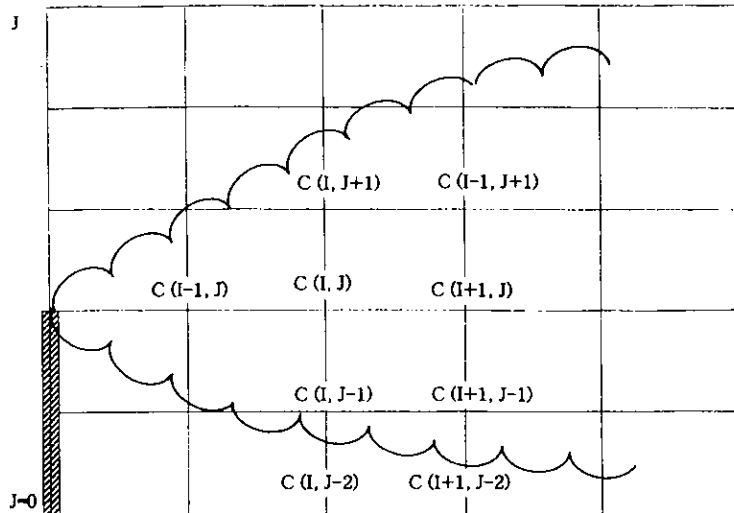
t : 時間

x, y, z : 直角座標の各座標軸

u, v, w : それぞれ x, y, z 方向の平均流成分

k_x, k_y, k_z : x, y, z 方向の乱流拡散係数

拡散の微分方程式では、拡散場をメッシュに区切り、メッシュの交点や中間の点での濃度を差分法により解く。図 10.2.1 にメッシュの例を示す。（図 10.2.1）



$$u \frac{\partial C}{\partial x} = K_z \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2}$$

$$u_{i,j} \frac{C(i,j) - C(i+1,j)}{\Delta X} = K_z \frac{C(i,j+1) - 2C(i,j) + C(i,j-1)}{\Delta Z^2}$$

図 10.2.1 差分法による数値計算のメッシュ分割の例

10.2.3 拡散の粒子法モデル

次に、粒子法による拡散シミュレーションについて紹介する。粒子法では乱流拡散の統計的な性質を満足するように拡散条件を設定することが出来る。つまり、微分方程式の方法では拡散係数で拡散の条件が決まる。一般に大気拡散では、煙源の近くでは、拡散幅が煙源からの距離に比例し、さらに風下では、距離の1/2乗に比例することが知られている。このことは、拡散係数が煙源からの距離によって変化することを示している。しかしながら、フィック型の方程式では拡散係数を距離によって変化させることは難しい。一方、粒子法では粒子をコンピュータの中で作り出した乱流により拡散させるため、実際の乱流拡散にかなり近づけることができる。しかしながら、粒子法をそのまま使って拡散濃度を計算すると、滑らかな濃度分布を得るためには数十万個以上の粒子を放出する必要がある、計算時間が長くなる。このため、より簡易な粒子法も考えられている。

粒子法での粒子の速度 $v(t)$ は (13) 式のように与えられる。

$$v(t) = v + v'(t) \dots \dots \dots (13)$$

$$v'(t) = R(\Delta t) v'(t - \Delta t) + n(1 - R(\Delta t)) \sigma v$$

ここで、 v は平均の速度、 $v'(t)$ は乱流成分であり、 n は平均値が0で標準偏差が1の乱数である。粒子法では、粒子の分布を雲のように表現することにより、拡散状態が視覚的に容易に把握できる。

10.2.4 煙上昇のモデル

大気中に排出された煙はそれ自身の持つ慣性力と、浮力により大気中を上昇する。実際の煙の拡散計算では、煙上昇距離を計算し、煙の最高到達高（有効煙突高 H_e ）から水平に煙が放出されると考える。煙上昇の推定法としては多くのモデルが提案されている。ここでは、我が国の総量規制マニュアルで採用されている CONCAWE（Conservation of Clean Air and Water, Western Europe）と Briggs モデル

を紹介する。

CONCAWE モデルでは、陸上昇距離 ΔH を (14) 式で与えている。

$$\Delta H = 0.157 Q_H^{\frac{1}{2}} u^{-\frac{3}{4}} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、各記号は以下の通りである。

- ΔH : 煙上昇距離 (m)
- Q_H : 排出熱量 (cal/s)
- u : 風速 (m/s)

また、 Q_H は (15) 式で示される。

$$Q_H = \rho C_p Q \Delta t \dots\dots\dots (15)$$

- ρ : 0 C における排ガス濃度 ($1.298 \times 10^3 \text{g/m}^3$)
- C_p : 空気の低圧比熱 (0.24 cal/kg/K)
- Q : 単位時間当たりの排ガス量 ($\text{m}^3\text{N/s}$)
- Δt : 排ガス温度 (T_g) と気温との温度差 ($T_g - 15\text{C}$)

Briggs モデルは風の吹かない無風条件下での煙上昇を (16) 式で与える。

$$\Delta H = 1.4 Q_H^{\frac{1}{4}} \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^{-\frac{3}{8}} \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 $\frac{d\theta}{dz}$ は温位勾配 (C/m) である。

また、有効煙突高は煙突高さ と 煙上昇高の和である。